

Abiturähnliche Aufgabe

Ein Pharmaunternehmen produziert ein Antibiotikum in unterschiedlichen Wirkstoffdosierungen, das in Tablettenform verabreicht wird. Der zeitliche Verlauf der Wirkstoffkonzentration im Blut des Patienten nach Einnahme einer Tablette kann näherungsweise durch die Funktionenschar

$$f_a(x) = a \cdot x \cdot e^{-0,25x}; x > 0; a > 0$$

beschrieben werden. Dabei ist x die Zeit in Stunden seit der Einnahme und $f_a(x)$ die Wirkstoffkonzentration in mg/l. Die Höhe der Wirkstoffdosierung wird durch den Parameter a berücksichtigt.

- Untersuchen Sie den Funktionsgraphen für $a=1$ auf Nullstellen und Extrema. Skizzieren Sie den Funktionsgraphen $f_1(x)$ **4 BE**
- Untersuchen Sie die Funktionsgraphen auf Extrema und den Einfluss des Parameters a auf die Lage des Hochpunktes.
Geben Sie das Verhalten der Funktion für $x \rightarrow \infty$ an. **6 BE**
- Weisen Sie nach, dass die Wirkstoffkonzentration zum Zeitpunkt $x=8$ am stärksten abnimmt. **5 BE**
- Die Höhe der Wirkstoffkonzentration wird so bemessen, dass die Konzentration im Blut des Patienten einige Stunde nach der Einnahme das Maximum 10mg/l erreicht.
Ermitteln Sie den Wert des Parameters a , der sich aus dieser Bedingung ergibt und geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an. **7 BE**
- Eine Tablette hat die Wirkstoffdosierung $a= 6,8$ (mg/l). Das Medikament ist nur wirksam, wenn die Wirkstoffkonzentration im Blut mindestens 8 mg/l beträgt.
Bestimmen Sie die Zeitspanne, in der Medikament wirksam ist. **6 BE**

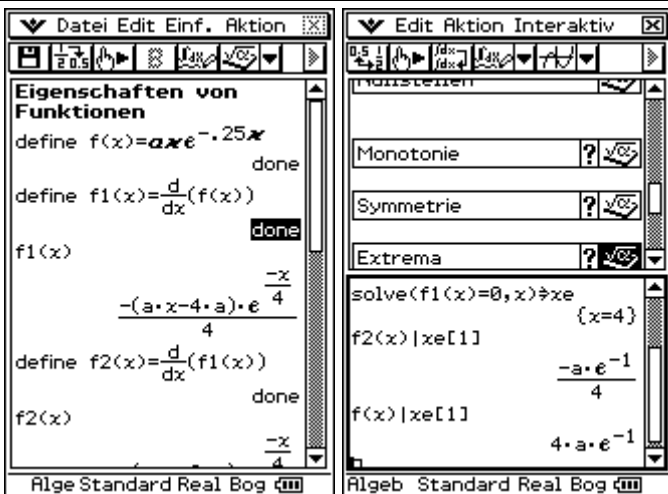
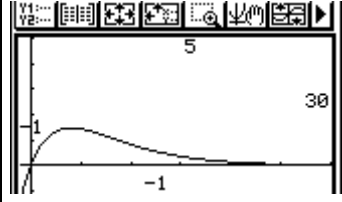
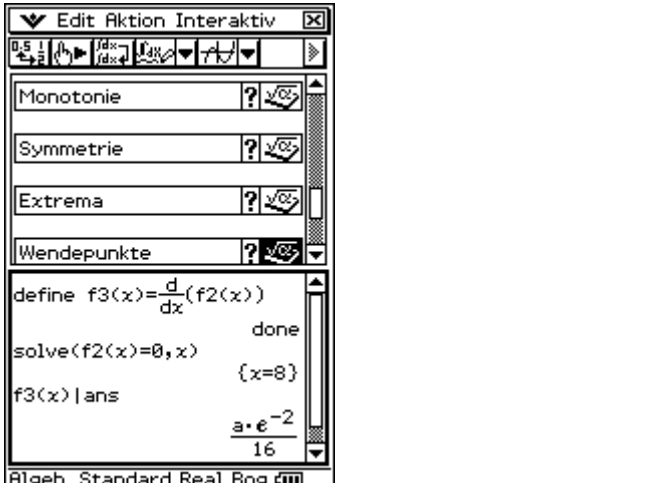
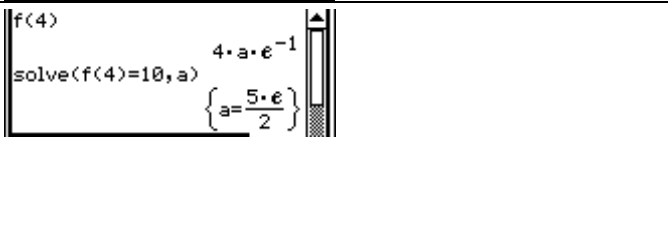
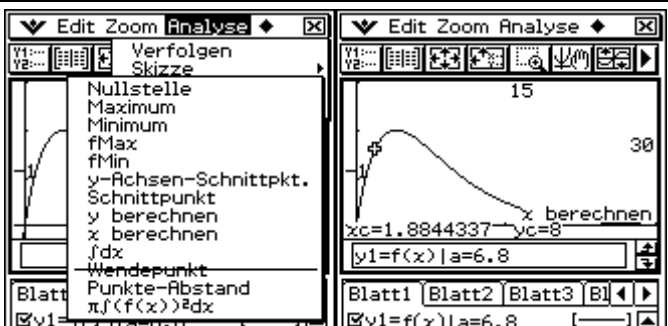
Abiturähnliche Aufgabe

Ein Pharmaunternehmen produziert ein Antibiotikum in unterschiedlichen Wirkstoffdosierungen, das in Tablettenform verabreicht wird. Der zeitliche Verlauf der Wirkstoffkonzentration im Blut des Patienten nach Einnahme einer Tablette kann näherungsweise durch die Funktionenschar

$$f_a(x) = a \cdot x \cdot e^{-0,25x}; x > 0; a > 0$$

beschrieben werden. Dabei ist x die Zeit in Stunden seit der Einnahme und $f_a(x)$ die Wirkstoffkonzentration in mg/l. Die Höhe der Wirkstoffdosierung wird durch den Parameter a berücksichtigt.

- Untersuchen Sie den Funktionsgraphen für $a=1$ auf Nullstellen und Extrema. Skizzieren Sie den Funktionsgraphen $f_1(x)$ **4 BE**
- Untersuchen Sie die Funktionsgraphen auf Extrema und den Einfluss des Parameters a auf die Lage des Hochpunktes.
Geben Sie das Verhalten der Funktion für $x \rightarrow \infty$ an. **6 BE**
- Weisen Sie nach, dass die Wirkstoffkonzentration zum Zeitpunkt $x=8$ am stärksten abnimmt. **5 BE**
- Die Höhe der Wirkstoffkonzentration wird so bemessen, dass die Konzentration im Blut des Patienten einige Stunde nach der Einnahme das Maximum 10mg/l erreicht.
Ermitteln Sie den Wert des Parameters a , der sich aus dieser Bedingung ergibt und geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an. **7 BE**
- Eine Tablette hat die Wirkstoffdosierung $a= 6,8$ (mg/l). Das Medikament ist nur wirksam, wenn die Wirkstoffkonzentration im Blut mindestens 8 mg/l beträgt.
Bestimmen Sie die Zeitspanne, in der Medikament wirksam ist. **6 BE**

a)	 <p> Eigenschaften von Funktionen define f(x)=ax^ae^{-0,25x} done define f1(x)=$\frac{d}{dx}(f(x))$ done f1(x) $-\frac{x}{4} \cdot \frac{-(a \cdot x - 4 \cdot a) \cdot e^{-0,25x}}{4}$ define f2(x)=$\frac{d}{dx}(f1(x))$ done f2(x) $-\frac{x}{4}$ Edit Aktion Interaktiv Monotonie ? Symmetrie ? Extrema ? solve(f1(x)=0,x) → x=4 f2(x) xe[1] $-\frac{a \cdot e^{-1}}{4}$ f(x) xe[1] $4 \cdot a \cdot e^{-1}$ </p>	$a = 1; f'(x) = -0,25(x - 4)a \cdot e^{-0,25x}$ NST : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 (e^z \neq 0!)$ EXT : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$ $f''(x) = -\frac{1}{4e} < 0 \Rightarrow \text{Max}$ $f(4) = \frac{4}{e} \approx 1,47$ 
b)		NST : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 (e^z \neq 0!)$ $f'(x) = -0,25(x - 4)a \cdot e^{-0,25x}$ EXT : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$ $f''(x) = -\frac{a}{4e} < 0, da a > 0 \Rightarrow \text{Max}$ $f(4) = \frac{4a}{e} \approx 1,47a \Rightarrow H(4; \frac{4a}{e})$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
c)	 <p> Edit Aktion Interaktiv Monotonie ? Symmetrie ? Extrema ? Wendepunkte ? define f3(x)=$\frac{d}{dx}(f2(x))$ done solve(f2(x)=0,x) {x=8} f3(x) ans $\frac{a \cdot e^{-2}}{16}$ </p>	stärkste Abnahme, d.h. f' ist negativ und hat Minimum $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 8 (\text{solve})$ $f'''(8) = \frac{a \cdot e^{-2}}{16} > 0, da a > 0 \Rightarrow \text{Min}$ $f'(8) = -ae^{-2} < 0; \text{Abnahme}$ Ableitung hat für x=8 ein Minimum und ist negativ
d)	 <p> f(4) $4 \cdot a \cdot e^{-1}$ solve(f(4)=10,a) $\left\{ a = \frac{5 \cdot e}{2} \right\}$ </p>	$y_{\max} = 10$ $x_{\max} = 4$ $f_a(4) = \frac{4a}{e} = 10 \Rightarrow (\text{solve}) a = \frac{5e}{2}$ $f_a(x) = \frac{5e}{2} \cdot x \cdot e^{-0,25x}$
e)	 <p> Edit Zoom Analyse Nullstelle Maximum Minimum fMax fMin y-Achsen-Schnittpkt. Schnittpunkt y berechnen x berechnen ∫dx Wendepunkt Punkte-Abstand π ∫(f(x)) dx Blatt1 Blatt2 Blatt3 Bl1 y1=f(x) a=6.8 y2=f1(x) </p>	$f_{6,8}(x) = 8 \Leftrightarrow x_1 = 1,884 \wedge x_2 = 7,303$ (Grafik – Menu; x – Wert berechnen) Wirkzeit : $x_2 - x_1 = 5,42(h)$